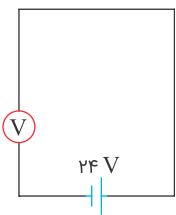




گزینه ۲

۱

ولت سنج آرمانی سری بسته شده و مقاومت آن بی نهایت است، بنابراین جریانی از مدار نمی گذرد و ولت سنج، نیروی محرکه مولد ($\mathcal{E}$) را نشان می دهد. فراموش نکنید، مقاومتی که جریان گذرنده از آن صفر است، شبیه یک سیم عمل می کند و به همین دلیل در این مدار انگار ولت سنج به تنهایی به دو سر باتری وصل است (شکل زیر)



گزینه ۴

۲

$$R_3 \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \Rightarrow \downarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq} \uparrow} \Rightarrow \text{باتری } V = \uparrow V_1 = \mathcal{E} - \downarrow Ir$$

$$\Rightarrow \text{افزایش } V_1$$

برای مقاومت R_2 داریم:

$$\downarrow V_2 = R_2 \overset{\text{ثابت}}{I} \downarrow \Rightarrow \text{کاهش } V_2$$

برای مقاومت R_3 داریم:

$$V_1 \uparrow = V_{R1} \downarrow + V_2 \downarrow + V_3 + V_{Rf} \downarrow$$

پس ولتاژ دو سر رئوسا باید افزایش یابد تا رابطه بالا برقرار باشد بنابراین V_3 افزایش می یابد.

گزینه ۱

۳

جهت جریان از پتانسیل بیشتر به کمتر است. در مدار شکل صورت سؤال جریان از B به A است.

$$V_B - V_A = RI \Rightarrow V_B = RI + V_A = (3 \times 4) + 7 = 12 + 7 = 19 \text{ V}$$

گزینه ۴

۴

بار الکتریکی عبوری از قطعه از لحظه $t = 3 \text{ s}$ به بعد مقدار ثابت 15 mC بوده است. پس Δq برابر صفر بوده و طبق رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، جریان عبوری صفر خواهد بود.

$$\frac{r_B}{r_A} = \frac{B_{\text{شیب نمودار}}}{A_{\text{شیب نمودار}}} = \frac{\frac{30}{I}}{\frac{10}{I}} = 3$$

تعداد حامل‌های بار یک نیم‌رسانا در دماهای پایین ناچیز است.

الکترون‌ها در خلاف جهت میدان با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق به‌طور آهسته حرکت می‌کنند.

با وصل شدن کلید k ، مقاومت R_2 اتصال کوتاه می‌شود. این یعنی مقاومت معادل بین دو نقطه A و B در حالت قبل برابر با $R_3 \parallel (R_2 + R_4)$ بود ولی در حالت فعلی برابر با $R_3 \parallel R_4$ است. این یعنی مقاومت شاخه راست کم شده است. پس مقاومت معادل مدار نیز کم شده است.

$$R_T \downarrow \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} I \uparrow \xrightarrow{V = \varepsilon - IR} V \downarrow$$

پس عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، کاهش و عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.



رابطهٔ اختلاف‌پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان عبوری از آن به‌صورت $V = \varepsilon - rI$ نوشته می‌شود. با مقایسهٔ دو رابطه می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} 2I + V &= 12 \Rightarrow V = 12 - 2I \\ V &= \varepsilon - rI \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \varepsilon &= 12V \\ r &= 2\Omega \end{aligned}$$

در لحظه‌ای که اختلاف‌پتانسیل دو سر باتری ۶ ولت است، می‌توان جریان عبوری را مشخص کرد.

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 6 = 12 - 2I \Rightarrow I = 3A$$

با استفاده از معادلهٔ جریان مدار تک‌حلقه داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{12}{R_{eq} + 2} \Rightarrow 3R_{eq} + 6 = 12 \Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

بررسی گزینه‌ها:

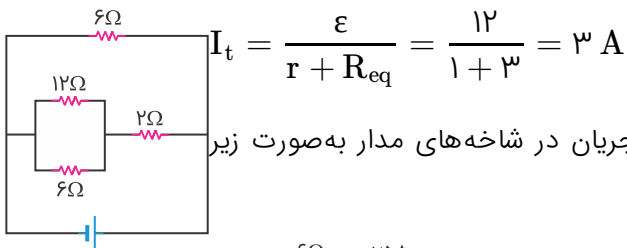
گزینه "۱": ولت‌سنج فقط نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد.

گزینه "۲": در این مدار ولت‌سنج $\varepsilon - rI$ را نشان می‌دهد.

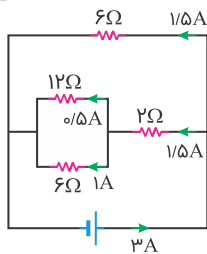
گزینه "۳": در این مدار ولت‌سنج $\varepsilon - rI$ را نشان می‌دهد.

گزینه "۴": دو سر ولت‌سنج به سیم وصل است و چون مقاومت سیم‌ها ناچیز است، مقدار اختلاف پتانسیل دو سر سیم صفر است.

مدار را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

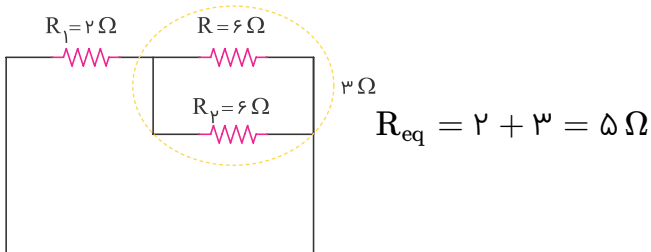


پس جریان در شاخه اصلی مدار ۳ A است و طریقه تقسیم شدن جریان در شاخه‌های مدار به صورت زیر است:

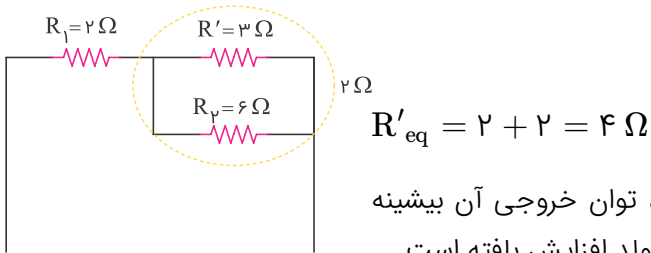


پس جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی ۰/۵ A می‌باشد.

مقاومت معادل مدار را در دو حالت حساب می‌کنیم:
حالت اول:



حالت دوم:



می‌دانیم اگر مقاومت معادل مدار با مقاومت درونی مولد برابر باشد، توان خروجی آن بیشینه می‌شود. در حالت دوم این اتفاق افتاده است. بنابراین توان خروجی مولد افزایش یافته است. همچنین با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان عبوری از مولد افزایش و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد. زیرا:

$$\downarrow V_{\text{مولد}} = \varepsilon - r \uparrow$$

با افزایش جریان، همچنین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 هم افزایش می‌یابد. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه موازی R_2 و R ناچار به کاهش است. بنابراین طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی این مولد هم کاهش می‌یابد.

می‌دانیم در حالتی که کلید قطع است، ولت‌سنج متصل به دو سر مولد، نیروی محرکه آن را نشان می‌دهد. پس:

$$\varepsilon = 24 \text{ V}$$

بعد از وصل شدن جریان عبوری از مولد برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{24}{r + 5}$$

در این حالت، مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مولد یعنی $\varepsilon - rI = V_{\text{مولد}}$ است. بنابراین داریم:

$$V_{\text{مولد}} = \varepsilon - rI \Rightarrow 20 = 24 - \left(r \times \frac{24}{r + 5}\right) \Rightarrow \frac{24r}{r + 5} = 4 \Rightarrow r = 1 \Omega$$

ابتدا نسبت جریان عبوری از دو مقاومت R_1 و R_3 را به دست می‌آوریم:

$$V_{R_1} = V_{R_3} \Rightarrow \frac{4}{3}(I_1) = 4(I_3) \Rightarrow I_1 = 3I_3$$

با توجه به رابطه جریان‌ها در گره A داریم:

$$I_2 = I_1 - I_3 = 3I_3 - I_3 = 2I_3$$

با استفاده از نسبت جریان‌ها در مقاومت‌های موازی، مقاومت R_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3 + R_4}{R_2} \Rightarrow \frac{2I_3}{I_3} = \frac{6 \Omega}{R_2} \Rightarrow R_2 = 3 \Omega$$

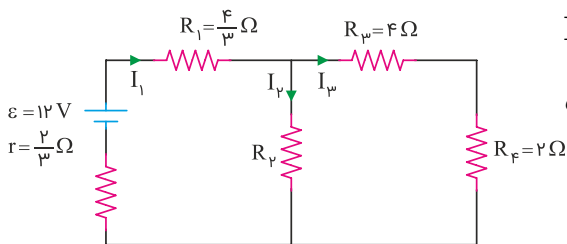
حالا مقاومت معادل کل و سپس جریان عبوری از باتری را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{4}{3} + \frac{6 \times 3}{6 + 3} = \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3} \Omega$$

$$I_{\text{باتری}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{\frac{10}{3} + \frac{2}{3}} = 3 \text{ A}$$

حالا توان تلف‌شده باتری را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{تلف‌شده}} = rI^2 = \frac{2}{3} \times 3^2 = 6 \text{ W}$$



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

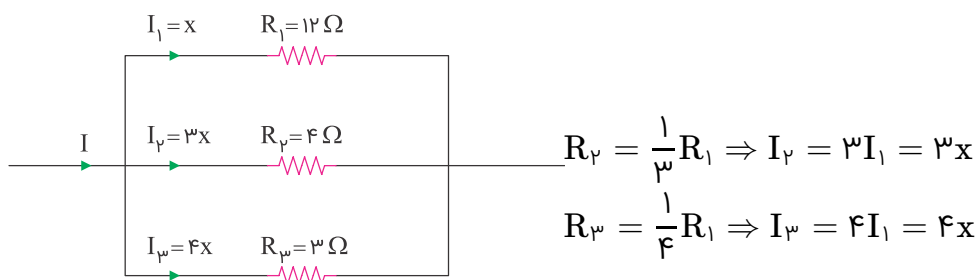
$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right) \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{270}{30} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{9} = 3$$

بنابراین طول سیم ۳ برابر شده و سطح مقطع آن $\frac{1}{3}$ برابر شده است:

$$A_2 = \frac{1}{3} A_1 \Rightarrow d_2^2 = \frac{1}{3} d_1^2 \Rightarrow d_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} d_1$$

بنابراین قطر سیم $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر شده است.

برای تعیین جریان هر شاخه باید از قاعده تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی استفاده کنیم. پس جریان مقاومت بزرگ‌تر را برابر x قرار می‌دهیم. حال مقاومت‌های موازی با این مقاومت، به همان نسبت که مقاومت کوچک‌تری دارند، جریان بزرگ‌تری خواهند داشت:



بنابراین باتوجه به اینکه توان مصرفی مقاومت R_1 برابر $3W$ است، داریم:

$$P_{12\Omega} = 3W \Rightarrow R_1 I_1^2 = 3W \Rightarrow 12x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} x = \frac{1}{2} A$$

حال با استفاده از قاعده انشعاب، جریان I را تعیین می‌کنیم:

$$I = x + 3x + 4x = 8x \xrightarrow{x=\frac{1}{2}A} I = 8 \times \frac{1}{2} = 4 A$$

مقاومت الکتریکی از رابطه $R = \frac{V}{I}$ به دست می‌آید.

$$R = \frac{5 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-6}} = \frac{5}{20} \times 10^3 = 250 \Omega$$

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{50}{250} = \frac{1}{5} A = \frac{1000}{5} mA = 200 mA$$

ابتدا جریان عبوری از باتری را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{\text{لامپ}}} \xrightarrow{R_{\text{لامپ}} = nr} I = \frac{\varepsilon}{r + nr} = \frac{\varepsilon}{r(n+1)}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \left(\frac{\varepsilon}{r(n+1)} \right) = \varepsilon \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{n}{n+1} \varepsilon$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{باتری}}}{\varepsilon} = \frac{n}{n+1}$$

بر اساس قاعده انشعاب، جریان عبوری از مقاومت‌های موازی با اندازه مقاومت‌ها نسبت عکس دارد. اگر جریان عبوری از مقاومت ۶ اهمی را I' بگیریم:

$$I_6 = I' , \quad I_2 = 3I' , \quad I_3 = 2I'$$

$$\text{جریان کل برابر جمع جریان‌های عبوری} : I_T = I_6 + I_3 + I_2$$

$$\Rightarrow I' + 3I' + 2I' = 12 \Rightarrow 6I' = 12 (A) \Rightarrow I' = 2 (A)$$

$$I_2 - I_6 = (3 \times 2) - 2 = 6 - 2 = 4 (A)$$

در نمودار داده شده، اندازه شیب خطوط همان r و عرض از مبدأها همان ε هستند. نموداری که شیب آن بیشتر است، مربوط به مولد A است.

$$\begin{cases} r_A = \frac{\varepsilon_A}{\rho} \\ r_B = \frac{\varepsilon_A - 10}{\rho} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{\varepsilon_A}{\rho}}{\frac{\varepsilon_A - 10}{\rho}} = 2 \Rightarrow \varepsilon_A = 40, \quad \varepsilon_B = \varepsilon_A - 10 = 30$$

بیشینه توان مصرفی مداری که انرژی آن را باتری‌ای با نیرو محرکه ε و مقاومت درونی r تأمین می‌کند، برابر با $\frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon^2}{4 \frac{\varepsilon}{I}} = \frac{\varepsilon I}{4} \Rightarrow \begin{cases} P_{\max B} = \frac{30 \times 6}{4} = 45 \\ P_{\max A} = \frac{40 \times 4}{4} = 40 \end{cases}$$

پس اختلاف این دو مقدار برابر $45 - 40 = 5$ وات است.

$$\begin{cases} R = \frac{V}{I} \\ I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10/8 \times 10^3}{3600} = \frac{10800}{3600} = 3 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow R = \frac{V/5}{3} = 2/5 \Omega$$

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{V_A}{I_A}}{\frac{V_B}{I_B}} = \frac{\frac{10}{2}}{\frac{20}{2}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

قانون اهم :

در صورتی که n مقاومت یکسان موازی در اختیار داشته باشیم $R_{eq} = \frac{R}{n}$ ، مقدار مقاومت معادل را در اختیار ما قرار می‌دهد:

$$R_{eq} = \frac{240}{100} = 2/4 \Omega$$

در مرحله بعدی جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{120}{2/4} = 50 A$$

$$\Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow 120 = \varepsilon - (0/6)(50) \Rightarrow \varepsilon = 150 V$$

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{VI}{\varepsilon I} \times 100 = \frac{120}{150} \times 100 = 80\%$$

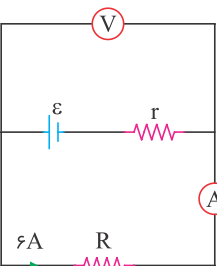
طبق رابطه $V = \varepsilon - rI$ نمودار $V - I$ یک باتری به شکل یک خط راست با عرض از مبدأ ε و شیب r است. عرض از مبدأ نمودار A بزرگتر از عرض از مبدأ نمودار B است:

$$\varepsilon_A > \varepsilon_B$$

شیب نمودار B بزرگتر از شیب نمودار A است.

$$r_B > r_A$$

ابتدا با استفاده از رابطهٔ جریان در مدار تک حلقه داریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{I = \frac{V}{R}} \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow \frac{V}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}$$

$$\xrightarrow{\frac{V}{\varepsilon} = \frac{1}{4}} \frac{1}{4} = \frac{R}{R + r} \Rightarrow \frac{1}{4}R + \frac{1}{4}r = R \Rightarrow R = \frac{1}{3}r \quad (*)$$

حالا باتوجه به مشخص بودن جریان مدار داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{I = \frac{1}{4} A} \frac{1}{4} = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{3}r + r} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{4}r \quad (**)$$

در حالت دوم، با تعویض باتری، جریان عبوری از مدار تغییری نکرده است، بنابراین مجدداً داریم:

$$I = \frac{\varepsilon'}{R + r'} \xrightarrow{I = \frac{1}{4} A, \varepsilon' = \varepsilon + \frac{1}{4}\varepsilon = \frac{5}{4}\varepsilon}{R = \frac{1}{3}r, r' = r + 1} \frac{5}{4} \frac{\varepsilon}{\frac{1}{3}r + r + 1} \xrightarrow{(**)} \frac{1}{4} = \frac{\frac{5}{4}\varepsilon}{\frac{4}{3}r + 1}$$

$$\Rightarrow r = 1 \Omega \xrightarrow{(**)} \varepsilon = \frac{1}{4}r = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4} V$$